



Heriot-Watt University  
Research Gateway

## Series Expansions and Direct Inversion for the Heston Model

**Citation for published version:**

Malham, SJA, Shen, J & Wiese, A 2021, 'Series Expansions and Direct Inversion for the Heston Model', *SIAM Journal on Financial Mathematics*, vol. 12, no. 1, pp. 487–549. <https://doi.org/10.1137/19M126791X>

**Digital Object Identifier (DOI):**

[10.1137/19M126791X](https://doi.org/10.1137/19M126791X)

**Link:**

[Link to publication record in Heriot-Watt Research Portal](#)

**Document Version:**

Peer reviewed version

**Published In:**

SIAM Journal on Financial Mathematics

**Publisher Rights Statement:**

© 2021 SIAM. This document is the Accepted Manuscript version of a work to be published in SIAM Journal on Financial Mathematics.

**General rights**

Copyright for the publications made accessible via Heriot-Watt Research Portal is retained by the author(s) and / or other copyright owners and it is a condition of accessing these publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

**Take down policy**

Heriot-Watt University has made every reasonable effort to ensure that the content in Heriot-Watt Research Portal complies with UK legislation. If you believe that the public display of this file breaches copyright please contact [open.access@hw.ac.uk](mailto:open.access@hw.ac.uk) providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

**SUPPLEMENTARY MATERIALS: SERIES EXPANSIONS AND  
DIRECT INVERSION FOR THE HESTON MODEL\***

SIMON J. A. MALHAM<sup>†</sup>, JIAQI SHEN<sup>†</sup>, AND ANKE WIESE<sup>†</sup>

In the tables below, we quote the Chebyshev coefficients of the approximations to the inverse distribution functions for the (standardised) sum  $(Z^P) S^P$ . Note that the  $u$  denotes the right boundary point of each regime.

Table SM1: Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $P = 1$ .

$n$	left	central	middle
0	1.870164486816790e-01	4.979491420716220e-01	9.481879998153620e-01
1	7.543713026654420e-02	8.479024376573340e-02	1.331260262296900e-01
2	-8.902496689813970e-04	5.515061682001420e-03	-2.432806629044970e-04
3	5.081110592347190e-04	1.234615565280710e-03	7.536358417854170e-05
4	-6.749946441432770e-05	7.826573846201580e-05	-1.832873207509700e-05
5	1.869595919328090e-05	3.190249135857450e-05	3.735655017085910e-06
6	-4.954381513667230e-06	6.911355172727800e-07	-6.763222944593870e-07
7	1.546665396688050e-06	1.101914889591240e-06	1.152436476933680e-07
8	-5.158806635369980e-07	-4.732064488662130e-08	-1.948453255574870e-08
9	1.840226824599990e-07	4.708456855473810e-08	3.380721765672400e-09
10	-6.893572202548840e-08	-5.304437974915840e-09	-6.060338021312360e-10
11	2.688851615671340e-08	2.373716110861710e-09	1.110982538990550e-10
12	-1.083817122960260e-08	-4.052654986799920e-10	-2.059320821371500e-11
13	4.489823790157280e-09	1.347795701927130e-10	3.835128401417810e-12
14	-1.903315339772780e-09	-2.837136223549530e-11	-6.941256697800590e-13
15	8.228619256107180e-10	8.275614752183520e-12	
16	-3.618241198589310e-10	-1.932522965168290e-12	
17	1.614597119724730e-10	4.988201361092360e-13	
18	-7.298521657921080e-11		
19	3.336786065994890e-11		
20	-1.540524697535400e-11		
21	7.165207365475960e-12		
22	-3.335368012294930e-12		
23	1.513427174673910e-12		
24	-5.858440022503530e-13		
	$u$		
	2.000000000000000e-01	6.300000000000000e-01	9.000000000000000e-01
	$k_1$	$k_1$	$k_1$
	1.059586512649680e+01	-2.206240228024450e+01	1.146497265429040e+01
	$k_2$	$k_2$	$k_2$
	-1.186186343393790e+00	1.000000000000000e+00	-2.084692506698210e+00

\*Submitted to the editors DATE.

**Funding:** James Watt Scholarship.

<sup>†</sup>Maxwell Institute for Mathematical Sciences and School of Mathematical and Computer Sciences, Heriot-Watt University, Edinburgh, EH14 4AS, UK ([S.J.A.Malham@hw.ac.uk](mailto:S.J.A.Malham@hw.ac.uk), [js46@hw.ac.uk](mailto:js46@hw.ac.uk), [A.Wiese@hw.ac.uk](mailto:A.Wiese@hw.ac.uk)).

Table SM1: (cont.) Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $P = 1$ .

$n$	right tail	right tail
0	2.147319302658020e+00	7.301291887179110e+00
1	4.666085467273610e-01	2.110381075693420e+00
2	-5.745397085771070e-06	-3.401385019474830e-12
3	3.926281274449900e-06	3.135451774873670e-12
4	-2.335817034793870e-06	-2.797671851935420e-12
5	1.221893569112290e-06	2.415971255636180e-12
6	-5.676317622953180e-07	-2.018406573717770e-12
7	2.363679020058830e-07	1.629565101375640e-12
8	-8.898571009069280e-08	-1.267921039843530e-12
9	3.052532824574800e-08	9.444179410663350e-13
10	-9.610414759815690e-09	-6.622577811449470e-13
11	2.796013299028150e-09	4.176644424605940e-13
12	-7.568881452656740e-10	-2.012958534474450e-13
13	1.920738140207490e-10	
14	-4.610765872702790e-11	
15	1.059477675547800e-11	
16	-2.363411529421280e-12	
17	4.992754651101120e-13	
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
	9.990000000000000e-01	
	$k_1$	$k_1$
	3.257208614274380e+00	7.201627100158970e-01
	$k_2$	$k_2$
	-1.124938736608290e+00	-1.635958636579130e+00

Table SM2: Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $P = 10$ .

$n$	left tail	left central
0	-4.186236205146250e+00	-1.966613010380010e+00
1	1.605190906754510e+00	-1.483681112879300e-02
2	1.059708264495660e-02	-5.446775372602540e-03
3	-2.569138906164220e-02	2.105452172418740e-06
4	2.657630896552880e-03	-3.250251439573260e-05
5	5.038422707739470e-04	6.250462841383680e-07
6	-1.420477191393670e-04	-2.522741048643350e-07
7	-2.983752657616170e-06	1.026418500454660e-08
8	5.644770851826920e-06	-2.286307882545840e-09
9	-4.127971330420580e-07	1.386590908961820e-10
10	-2.164910928216110e-07	-2.303940103504890e-11
11	3.970382219542570e-08	1.773158449711400e-12
12	8.721275989102100e-09	-2.474347778199780e-13
13	-3.382084859676620e-09	
14	-2.332160758995600e-10	
15	2.833835970869750e-10	
16	-2.159881036758510e-11	
17	-1.980176647976920e-11	
18	5.076230137995960e-12	
19	8.012161542244290e-13	
20	-6.172636726201170e-13	
	$u$	
	3.331451575280440e-01	5.379510893093010e-01
	$k_1$	$k_1$
	-6.189978932685550e-01	-3.895807869740060e+00
	$k_2$	$k_2$
	1.058533490397160e+00	1.000000000000000e+00

  

$n$	right central	right tail
0	2.105468260211710e+00	1.013961870007640e+01
1	5.526660297932240e-02	5.881348912778960e+00
2	6.562580263096990e-03	1.613214220004240e+00
3	4.554851569107730e-04	3.583662354665820e-01
4	4.959544883969950e-05	6.562610713857870e-02
5	4.554114153141270e-06	1.013276567637800e-02
6	4.895102446478050e-07	1.335612973263590e-03
7	5.011014704681740e-08	1.508499455059680e-04
8	5.446620224111430e-09	1.461564610943890e-05
9	5.859569797393820e-10	1.229129368330510e-06
10	6.466760957427150e-11	9.368122509902420e-08
11	7.143472968048850e-12	6.969255008216930e-09
12	7.892055904355890e-13	5.168922908502960e-10
13		3.395515411597460e-11
14		1.469649165527180e-12
15		-3.355536462420540e-14
16		
17		
18		
19		
20		
	7.168371818502030e-01	
	$k_1$	$k_1$
	4.460293975175440e+00	6.354110577138770e-01
	$k_2$	$k_2$
	-1.000000000000000e+00	-1.147724394557630e+00

Table SM3: Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $P = 50$ .

$n$	left tail	left central
0	-5.288942152307260e+00	-2.000965923235480e+00
1	2.354558187240890e+00	5.027272329447840e-03
2	-2.148300929212860e-01	-5.388241960386400e-03
3	1.167801704830350e-03	1.321210600565510e-04
4	4.271918579401850e-03	-3.328258515654870e-05
5	-7.367600678980360e-04	1.691117475054500e-06
6	3.190352612884990e-05	-2.758671231347400e-07
7	1.049570860070370e-05	2.011261792238410e-08
8	-2.661096411008500e-06	-2.690233651951720e-09
9	2.849363340335400e-07	2.380979895569440e-10
10	6.003686941040730e-09	-2.896342891338410e-11
11	-9.314474427911970e-09	2.851594174388340e-12
12	2.078536143889170e-09	-3.279640552952750e-13
13	-2.199997312217100e-10	
14	-1.383145073419240e-11	
15	1.142880443224370e-11	
16	-2.619066923423380e-12	
17	3.160327088396940e-13	
	$u$	
	3.197003565947650e-01	5.169883337643990e-01
	$k_1$	$k_1$
	-6.266377357307220e-01	-4.044263478442090e+00
	$k_2$	$k_2$
	1.082311211678360e+00	9.99999999999990e-01

  

$n$	right central	right tail
0	2.062558090116340e+00	8.002513934544340e+00
1	3.614884716178920e-02	4.310172977793670e+00
2	5.905537215326120e-03	9.680044235587960e-01
3	3.302424143714490e-04	1.854270427762370e-01
4	4.120186343509380e-05	3.016976801851500e-02
5	3.385543742585720e-06	4.333887776280000e-03
6	3.843164000781120e-07	5.620910828054070e-04
7	3.717029485793840e-08	6.549643858862510e-05
8	4.112363385448630e-09	6.704595648415990e-06
9	4.289267466426690e-10	5.921631388292800e-07
10	4.741128697087930e-11	4.529653831824030e-08
11	5.137505874838590e-12	3.042863599628060e-09
12	5.647548074791590e-13	1.746343337679330e-10
13		9.109476838228590e-12
14		8.873841036286460e-13
15		
16		
17		
	7.027660432349340e-01	
	$k_1$	$k_1$
	4.294834741352050e+00	6.327817827711070e-01
	$k_2$	$k_2$
	-1.000000000000000e+00	-1.122310983565170e+00

Table SM4: Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $P = 5000$ .

$n$	left tail	left middle
0	-9.007526636815000e+00	-2.320006146407520e+00
1	2.127535755063470e+00	1.266023709561750e+00
2	-1.873229942604270e-01	-1.152857342660610e-01
3	1.220927893353500e-02	9.871525791146420e-03
4	-5.143519783570370e-04	-6.330801524297140e-04
5	1.053201736042580e-05	2.721250039684760e-05
6	2.597870360642370e-07	-5.511437046510560e-07
7	-3.977373581792380e-08	-9.780799116408280e-09
8	2.731783965620670e-09	7.487832322276510e-10
9	-1.221138438089840e-10	-6.846285108906070e-11
10	3.067277829880080e-12	1.419621555779360e-11
11	-1.657314975397310e-13	-1.036284107015480e-12
12		-3.034958826524900e-14
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
	$u$	
	5.000000000000000e-03	5.016991626360740e-01
	$k_1$	$k_1$
	-1.210717168704150e+00	-9.809650284289560e-01
	$k_2$	$k_2$
	3.018736842909130e+00	6.356505843676840e-01

  

$n$	right middle	right tail
0	2.350506283752280e+00	9.391788080584070e+00
1	1.288612184352350e+00	2.304276718789270e+00
2	1.238550415075650e-01	2.244838261893660e-01
3	1.126367631985240e-02	1.723724750804200e-02
4	8.113776712522790e-04	1.029865654753350e-03
5	4.574695148394010e-05	5.284626922206710e-05
6	2.146343317877790e-06	2.632282130705390e-06
7	1.059607255591610e-07	1.297109856324030e-07
8	6.522023447796370e-09	6.005448267256560e-09
9	3.433932966389800e-10	3.273100583196690e-10
10	7.415030905551360e-12	5.306924125563730e-11
11	-5.333234673760680e-14	2.645356635940220e-11
12		1.613648499072340e-11
13		9.700093322305410e-12
14		5.663793575999130e-12
15		3.213742114800220e-12
16		1.771549706162470e-12
17		9.437229274020540e-13
18		4.731397672671720e-13
19		1.949505078193680e-13
	9.950000000000000e-01	
	$k_1$	$k_1$
	9.857057212990940e-01	1.210983500602370e+00
	$k_2$	$k_2$
	-6.435551648966840e-01	-3.019180921864380e+00

Table SM5: Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $P = 10^4$ .

$n$	left tail	left middle
0	-8.763208308698120e+00	-2.117708885805710e+00
1	2.272856177544270e+00	1.148679380728190e+00
2	-2.195485611789300e-01	-9.719454925386660e-02
3	1.600603323734860e-02	7.829228309183660e-03
4	-7.913864835076260e-04	-4.795725327622320e-04
5	2.398092020649720e-05	2.045360216276630e-05
6	-1.924215235351760e-07	-5.013317907576720e-07
7	-3.279659242674000e-08	3.503726442772780e-09
8	3.433751594624110e-09	-1.253562317413470e-10
9	-1.944135457019680e-10	-1.311511811147320e-12
10	5.718823252641270e-12	5.140621840511810e-12
11	-3.006387310778820e-13	-4.635014571234970e-13
12		
13		
14		
15		
16		
17		
	$u$	
	1.000000000000000e-02	5.012014905499710e-01
	$k_1$	$k_1$
	-1.115994743243930e+00	-1.054206693922630e+00
	$k_2$	$k_2$
	2.704324434390850e+00	6.099629843489590e-01

  

$n$	right middle	right tail
0	2.134535481408690e+00	9.022503475215680e+00
1	1.161232186820710e+00	2.401317040413510e+00
2	1.019807405937260e-01	2.487767815506420e-01
3	8.555012569847670e-03	2.028231950132690e-02
4	5.664908014626390e-04	1.266220882300120e-03
5	2.890763831163810e-05	6.623334821975800e-05
6	1.181852005087120e-06	3.326141775983180e-06
7	4.960639757165790e-08	1.667239146689460e-07
8	2.822677760359780e-09	7.705454473071610e-09
9	1.409816724283650e-10	3.768066578229160e-10
10	1.871694274577610e-12	3.560180300524010e-11
11	-1.571409536591980e-13	1.210420538657680e-11
12		7.304190736146010e-12
13		4.532327470602990e-12
14		2.727718438162450e-12
15		1.578085621557310e-12
16		8.497824077877610e-13
17		3.683334903311600e-13
	9.900000000000000e-01	
	$k_1$	$k_1$
	1.058073632931550e+00	1.115994743243930e+00
	$k_2$	$k_2$
	-6.158684948176150e-01	-2.704324434390850e+00

Table SM6: Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $P = 10^5$ .

$n$	left tail	right tail
0	-5.706926051399320e+00	5.760300411129710e+00
1	3.395553188579180e+00	3.436321449713240e+00
2	-6.300054999277720e-01	6.483188840749760e-01
3	9.838818354304640e-02	1.035993426134920e-01
4	-1.136750936655030e-02	1.252833208873680e-02
5	9.513883577249630e-04	1.161417162277510e-03
6	-6.015836221231600e-05	9.191380802217640e-05
7	3.618126012554300e-06	7.737590464616790e-06
8	-1.697979831324770e-07	6.400595433239310e-07
9	-1.897253631189280e-08	2.904203939446630e-08
10	3.326071860640010e-09	1.050861883541800e-09
11	2.442263784022650e-10	6.008685289953490e-10
12	-3.833832227759890e-11	6.651321295963480e-11
13	-1.297154428240060e-11	-1.031199486940060e-11
14	1.412983301319550e-12	-9.752972166933010e-13
15	4.089569727968860e-13	5.588332180241710e-13
	$u$	
	5.003799449933160e-01	
	$k_1$	$k_1$
	-5.424593574874610e-01	5.427821460191420e-01
	$k_2$	$k_2$
	8.005868439521350e-01	-8.016582768171050e-01

Table SM7: Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $P = 10^6$ .

$n$	left tail	right tail
0	-5.946145460337920e+00	5.964470382846980e+00
1	3.556004911984500e+00	3.570041770711440e+00
2	-6.801894131410160e-01	6.865586194977590e-01
3	1.092510150797910e-01	1.110985275994380e-01
4	-1.307725205702110e-02	1.349685679309470e-02
5	1.160328523663860e-03	1.237761453545620e-03
6	-8.240107479627320e-05	9.434859113712600e-05
7	5.926003936265940e-06	7.508635778142890e-06
8	-3.827985039853400e-07	5.673276390309780e-07
9	-4.939610258605130e-09	1.429761666233160e-08
10	2.191431812357590e-09	-4.002728561697650e-10
11	4.611932833470640e-10	6.107231293159660e-10
12	-4.959733545874770e-11	6.167427914388110e-11
13	-1.701165301087770e-11	-1.590293060974530e-11
14	1.492500677577930e-12	-1.334659663440940e-12
15	5.860252785293660e-13	6.358368604978550e-13
	$u$	
	5.001201491665880e-01	
	$k_1$	$k_1$
	-5.310898090226540e-01	5.311876095528130e-01
	$k_2$	$k_2$
	8.051645964724630e-01	-8.054970186947690e-01



Table SM8: Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $h = 2$ .

$n$	left	left
0	3.746732186396810e-01	1.246285546643250e+00
1	1.195997564921540e-01	3.358246308532060e-01
2	-8.070601474351940e-03	2.386732322681120e-02
3	1.339603001568510e-03	1.294898023275990e-02
4	-2.506080830464610e-04	2.637423242240120e-03
5	5.637743633696060e-05	1.091486949977880e-03
6	-1.413866007641720e-05	3.083088185622240e-04
7	3.869664142567620e-06	1.183343193111800e-04
8	-1.132969831139660e-06	3.838648490201040e-05
9	3.501617974093610e-07	1.440406811311990e-05
10	-1.130976314574740e-07	5.002488355310480e-06
11	3.788372056248530e-08	1.869987422785930e-06
12	-1.308238855480900e-08	6.739900491698620e-07
13	4.635781671551490e-09	2.526970560301390e-07
14	-1.679323548784110e-09	9.311688370921460e-08
15	6.200204087490220e-10	3.508754493020290e-08
16	-2.327351020956820e-10	1.311638643142900e-08
17	8.863586972126330e-11	4.968660909382380e-09
18	-3.418842923801670e-11	1.875958145331950e-09
19	1.333107561719920e-11	7.141781072249230e-10
20	-5.234957827868200e-12	2.716166269988070e-10
21	2.035050527498960e-12	1.038650818883500e-10
22	-7.009107859412300e-13	3.972098592976600e-11
23		1.524237223546780e-11
24		5.838842289005870e-12
25		2.206347821363880e-12
26		7.400818875262400e-13
	$u$	
	4.943694484749030e-02	8.724214735883850e-01
	$k_1$	$k_1$
	4.396896568327450e+00	1.265081819857330e+00
	$k_2$	$k_2$
	-1.301445639726460e+00	-1.662175466937440e+00

Table SM8: (cont.) Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $h = 2$ .

$n$	middle	right tail
0	3.527966142386780e+00	1.003328309377590e+01
1	7.472142334253430e-01	2.496706503355630e+00
2	-1.333644417363060e-02	-1.589949448670880e-02
3	2.622018509548740e-03	3.113590178926820e-03
4	-6.027577883155430e-04	-6.963073964368400e-04
5	1.515242268297150e-04	1.678769292503920e-04
6	-4.036373098988620e-05	-4.250114645375870e-05
7	1.119644049107180e-05	1.113756440553480e-05
8	-3.199289309119440e-06	-2.994727316140500e-06
9	9.349240809409510e-07	8.214913272814210e-07
10	-2.779917579878980e-07	-2.289772183834370e-07
11	8.378973634959820e-08	6.466492239429990e-08
12	-2.552869970129400e-08	-1.846256500319380e-08
13	7.845488794437930e-09	5.320336235290850e-09
14	-2.428118880696940e-09	-1.545402456085360e-09
15	7.559005461053680e-10	4.520062644698680e-10
16	-2.364994613022200e-10	-1.330078378584710e-10
17	7.431800136657720e-11	3.934888781070520e-11
18	-2.344374813365950e-11	-1.169587411803260e-11
19	7.415598838082110e-12	3.489114825460500e-12
20	-2.333558791113770e-12	-1.037689978383220e-12
21	6.745346171083730e-13	2.859557405213800e-13
22		
23		
24		
25		
26		
	9.997923134230980e-01	
	$k_1$	$k_1$
	2.336282203175340e+00	6.370068451629010e-01
	$k_2$	$k_2$
	-6.514171570857550e-01	-1.450272673332570e+00

Table SM9: Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $h = 1/5$ .

$n$	left	central	middle
0	1.551440631887020e-02	5.965851817537560e-02	2.365922039769380e-01
1	7.154056831584140e-03	1.701537131814850e-02	7.509528018047980e-02
2	1.120793580526900e-04	2.597262497204220e-03	6.749060031298230e-03
3	-2.767589127786680e-05	4.709183006272860e-04	-9.756034732487190e-05
4	5.310776527089690e-06	7.145518311775060e-05	-4.546713797013440e-05
5	-1.242484981459680e-06	1.330260630541950e-05	2.265934249688400e-06
6	3.545760586969740e-07	1.967551836645490e-06	3.137406427278980e-07
7	-1.173714662110980e-07	3.949016650674680e-07	1.344476627067420e-08
8	4.313888580276150e-08	5.420695609123570e-08	-8.390259114557710e-09
9	-1.709037630074550e-08	1.243550067642890e-08	7.380356092377570e-10
10	7.159028761307770e-09	1.439656776199120e-09	-2.253776759627590e-10
11	-3.130641321239270e-09	4.213671249996360e-10	4.735083288679870e-11
12	1.416650107438240e-09	3.320038533665110e-11	-6.226333936166760e-12
13	-6.591639233672150e-10	1.566391114883240e-11	2.369177040131130e-12
14	3.138939220131410e-10	4.052720676134970e-13	-5.354588204982440e-13
15	-1.524291404102210e-10		
16	7.526974215608190e-11		
17	-3.770866706212000e-11		
18	1.912726184698180e-11		
19	-9.801629544246880e-12		
20	5.055418302750250e-12		
21	-2.598617692870460e-12		
22	1.287201224090770e-12		
23	-5.308318388467400e-13		
24			
	$u$		
	2.096913523963960e-01	6.331471212688160e-01	9.308037742250030e-01
	$k_1$	$k_1$	$k_1$
	1.685718137659840e+02	-5.009544088177860e+01	8.992727193150630e+00
	$k_2$	$k_2$	$k_2$
	-1.121868009800680e+00	1.000000000000000e+00	-1.516097941825860e+00

Table SM9: (cont.) Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $h = 1/5$ .

$n$	right tail	right tail
0	9.766531067045780e-01	5.548556192934720e+00
1	3.018335097399800e-01	2.006312378503930e+00
2	1.137764493492600e-02	2.401553462574660e-02
3	-1.796551902064940e-03	-5.827238250950370e-03
4	2.961890615175630e-04	1.564108444981830e-03
5	-3.906140490786650e-05	-4.425250341488140e-04
6	3.228136981746220e-07	1.292806696330280e-04
7	1.990381470117290e-06	-3.860207865611520e-05
8	-7.180791153931000e-07	1.171917601240410e-05
9	1.237304075899040e-07	-3.609533592707940e-06
10	4.797867870237380e-09	1.128193509794600e-06
11	-1.022283804766720e-08	-3.587762176720570e-07
12	3.242766128356910e-09	1.166622015545870e-07
13	-3.934089138513020e-10	-3.905857435831940e-08
14	-1.071903231878940e-10	1.356481292566670e-08
15	7.087360088039800e-11	-4.912140911093550e-09
16	-1.797818306057740e-11	1.854288283705740e-09
17	1.002649821269050e-12	-7.243408051055730e-10
18	1.130725736108390e-12	2.888927287597270e-10
19	-5.251498162236730e-13	-1.156809097791070e-10
20		4.568355593550080e-11
21		-1.746849139303900e-11
22		6.337718113837970e-12
23		-2.123287366692640e-12
24		6.058538275109010e-13
	9.985870051144820e-01	
	$k_1$	$k_1$
	3.854817463192980e+00	7.119316740438860e-01
	$k_2$	$k_2$
	-2.078549151656860e+00	-1.568565612274160e+00

Table SM10: Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $h = 1/10$ .

$n$	left	central	middle
0	3.130510092436490e-03	2.226333345761950e-02	1.988982349173310e-01
1	1.417002017122940e-03	1.019151935447450e-02	8.748062377822970e-02
2	2.360674641499860e-05	2.673461828675060e-03	1.322178512127460e-02
3	-6.764554780577100e-06	7.541005867012190e-04	1.783172989082840e-05
4	1.0735241111115770e-06	1.825724014495570e-04	-1.742061549930610e-04
5	-2.165240827636890e-07	5.070406265568330e-05	1.493474602053700e-06
6	5.714805445297300e-08	1.156695182629020e-05	3.359055560341550e-06
7	-1.802784817620440e-08	3.413930484845420e-06	5.333580684343860e-08
8	6.351907282247530e-09	6.943759577207300e-07	-5.521667146922240e-08
9	-2.410001034673690e-09	2.411908456774400e-07	-2.276235131191460e-09
10	9.649353406509410e-10	3.679790048414060e-08	-2.893556379100810e-10
11	-4.026554373758090e-10	1.888991234749750e-08	-6.436850207940650e-11
12	1.736498040397040e-10	1.106003127127480e-09	2.350168269709410e-11
13	-7.693121262340320e-11	1.752401085721140e-09	2.321358068727610e-11
14	3.485269197769610e-11	-1.364762944049400e-10	2.636593526158320e-12
15	-1.608506662519110e-11	2.000879783288790e-10	-1.139207052258690e-12
16	7.530478144378150e-12	-4.354349576970780e-11	-7.314416583435220e-13
17	-3.545863047530400e-12	2.738074123398660e-11	
18	1.631081082539700e-12	-8.687479490879170e-12	
19	-6.387767991337960e-13	4.196188738890250e-12	
20		-1.521565690726940e-12	
21		5.748616824737580e-13	
	$u$		
	1.060708119058860e-01	7.049238354832290e-01	9.715292650150570e-01
	$k_1$	$k_1$	$k_1$
	8.775453590729910e+02	-5.009576443446880e+01	6.414761023377960e+00
	$k_2$	$k_2$	$k_2$
	-1.150665798108190e+00	1.000000000000000e+00	-9.422665062905070e-01

Table SM10: (cont.) Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $h = 1/10$ .

$n$	right tail	right tail
0	1.167088563196570e+00	5.557949689428240e+00
1	4.028821977072450e-01	1.804403214930680e+00
2	1.589726864878320e-02	2.001076313509200e-02
3	-2.776444180529080e-03	-4.157908839745580e-03
4	5.440877740378380e-04	9.533639401005070e-04
5	-1.067963570631740e-04	-2.298471294547880e-04
6	1.602535986540860e-05	5.706424934572420e-05
7	3.639164819106400e-07	-1.443342632426860e-05
8	-1.502345300041770e-06	3.696661627610680e-06
9	6.684757371238390e-07	-9.553281498410910e-07
10	-1.716295249441850e-07	2.486726588153440e-07
11	1.635394935133220e-08	-6.518766056569640e-08
12	8.892938254607350e-09	1.724037249294330e-08
13	-5.718412804481970e-09	-4.621243803810750e-09
14	1.784898899321040e-09	1.266095041880910e-09
15	-2.594370983148820e-10	-3.591505441133870e-10
16	-6.261300169685750e-11	1.071702367595880e-10
17	5.827210983507840e-11	-3.409479146600350e-11
18	-2.189105354284160e-11	1.160098934787360e-11
19	4.514597736601780e-12	-4.170286799495250e-12
20	-6.083212355274480e-14	1.531989721713420e-12
21		-5.089272134222670e-13
	9.99831579958800e-01	
	$k_1$	$k_1$
	2.923879081718190e+00	7.878535911129940e-01
	$k_2$	$k_2$
	-1.885294461971110e+00	-1.777456775656590e+00

Table SM11: Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $h = 1/20$ .

$n$	left	central	middle
0	8.320108386176220e-04	1.028289222803410e-02	1.796716788945920e-01
1	3.797922844843720e-04	6.051387649842750e-03	9.215513210293030e-02
2	6.119152516315670e-06	2.386515701734710e-03	1.798443115218630e-02
3	-2.216499535843730e-06	9.149383182711970e-04	3.536164396647120e-04
4	3.549796569970470e-07	3.260804312989750e-04	-3.290230257519100e-04
5	-6.909777679284210e-08	1.174302244391960e-04	-9.190331115977200e-06
6	1.800406773387920e-08	4.046558068563540e-05	8.941392960865100e-06
7	-5.727807832664590e-09	1.430511004864880e-05	4.569100427021660e-07
8	2.048306829365090e-09	4.845772394724280e-06	-1.898690252517320e-07
9	-7.892933375352240e-10	1.708561223033980e-06	-1.470693084569350e-08
10	3.208272429161230e-10	5.709919634096540e-07	9.061517318686090e-10
11	-1.358581479450610e-10	2.027725977295490e-07	-4.996134827280970e-10
12	5.944136353935260e-11	6.667913363885630e-08	-3.085715272976990e-11
13	-2.671169627505600e-11	2.408641753810920e-08	8.541875621658270e-11
14	1.227327977365980e-11	7.729248497752890e-09	3.049756612877180e-11
15	-5.743936308401000e-12	2.879366774439790e-09	7.727805117204190e-13
16	2.726212185552570e-12	8.872469780543650e-10	-3.534457536346370e-12
17	-1.300587961514960e-12	3.484429145625870e-10	-1.357036283678540e-12
18	6.052241498351530e-13	1.001335286917030e-10	4.056653202382400e-14
19	-2.390157663283510e-13	4.301663419431590e-11	2.166251245948460e-13
20		1.093494057671210e-11	
21		5.462280485697060e-12	
22		1.109419945826560e-12	
23		6.264905101784660e-13	
	$u$		
	9.952451539818020e-02	7.959736941620220e-01	9.872109261016380e-01
	$k_1$	$k_1$	$k_1$
	3.350041337835460e+03	-6.091816627093630e+01	5.415831650268340e+00
	$k_2$	$k_2$	$k_2$
	-1.142970216093080e+00	9.99999999999990e-01	-6.895558541579670e-01

Table SM11: (cont.) Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $h = 1/20$ .

$n$	right tail	right tail
0	9.761057883039990e-01	5.196073467821080e+00
1	3.017284864244540e-01	1.831141920349900e+00
2	1.166946937938660e-02	2.543065037748800e-02
3	-1.687052247930830e-03	-5.741796704905520e-03
4	2.745955374164150e-04	1.425454072455170e-03
5	-4.255962891388790e-05	-3.709730129757980e-04
6	3.654738784807000e-06	9.914921759807340e-05
7	9.678759239832630e-07	-2.692978838795350e-05
8	-5.962323527180660e-07	7.390951335687150e-06
9	1.619073566570090e-07	-2.044323535428510e-06
10	-2.044848058779350e-08	5.700139242154520e-07
11	-3.557663286168380e-09	-1.608555974873110e-07
12	2.792106872070250e-09	4.637422326004230e-08
13	-8.014791797406380e-10	-1.388223005657000e-08
14	9.886383182987470e-11	4.408914855308610e-09
15	2.338331909817720e-11	-1.513613329915950e-09
16	-1.720362865683670e-11	5.636677579981080e-10
17	5.096915629190340e-12	-2.238514411774360e-10
18	-7.701281537440130e-13	9.204119152754320e-11
19		-3.802089545459430e-11
20		1.539622910176960e-11
21		-5.993091125355200e-12
22		2.193183001782910e-12
23		-6.910989846330220e-13
	9.997667653179200e-01	
	$k_1$	$k_1$
	3.745971846148320e+00	7.690538107824300e-01
	$k_2$	$k_2$
	-2.168616210929900e+00	-1.650521806358000e+00



Table SM12: Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $h = 1/50$ .

$n$	left	central	middle
0	3.342404855864130e-04	5.287504606339480e-03	1.679802218836370e-01
1	1.582119045977740e-04	3.609167042053250e-03	9.425159027828390e-02
2	-4.034459826869400e-06	1.936145076792520e-03	2.146641276528250e-02
3	-1.781674777546940e-06	9.633501098384940e-04	7.761771414171220e-04
4	6.111894067922420e-07	4.586062099584780e-04	-4.715700923865780e-04
5	-1.616413643230570e-07	2.128565367871240e-04	-2.911833910065400e-05
6	4.535507820139480e-08	9.711724060740940e-05	1.543681974168120e-05
7	-1.504566368490170e-08	4.380458926575550e-05	1.397441335389570e-06
8	5.916977370301490e-09	1.959490913685950e-05	-3.947158787904670e-07
9	-2.631104077272530e-09	8.713044455946110e-06	-4.582398590716490e-08
10	1.265674285428750e-09	3.857017778878410e-06	4.537121001350180e-09
11	-6.412984582939380e-10	1.701669482580570e-06	-8.587058106556170e-10
12	3.373488093146030e-10	7.488328990975590e-07	-3.395277343066420e-10
13	-1.827196103322590e-10	3.288850425725570e-07	1.497940638456500e-10
14	1.013577890763340e-10	1.442278857066740e-07	9.047367570431180e-11
15	-5.736165706600700e-11	6.317620038821080e-08	1.532712463574530e-11
16	3.301900838213170e-11	2.764873413720030e-08	-5.899234983630290e-12
17	-1.928175236669560e-11	1.209228320347630e-08	-4.759599480764640e-12
18	1.139207390775470e-11	5.285996098982320e-09	-9.845099825540210e-13
19	-6.784952996564550e-12	2.309885154214620e-09	3.353301735326350e-13
20	4.046041780101790e-12	1.009129182529960e-09	
21	-2.377799356621700e-12	4.407929681530880e-10	
22	1.318077536426880e-12	1.925241011297400e-10	
23	-5.870490384521500e-13	8.408559765252580e-11	
24		3.672433365477270e-11	
25		1.603764366665520e-11	
26		6.998237196315440e-12	
27		3.040158479208750e-12	
28		1.288881492848470e-12	
29		4.729004482220720e-13	
	$u$		
	2.931123896950420e-01	8.963482076412410e-01	9.952179896810610e-01
	$k_1$	$k_1$	$k_1$
	7.818489955336010e+03	-1.112036741342440e+02	4.876183772221110e+00
	$k_2$	$k_2$	$k_2$
	-1.055332320056090e+00	1.000000000000000e+00	-5.434844889094470e-01

Table SM12: (cont.) Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $h = 1/50$ .

$n$	right tail	right tail
0	9.761146326247330e-01	5.440971360286990e+00
1	3.016928648060250e-01	1.956911680269630e+00
2	1.167231718705550e-02	2.774260925258900e-02
3	-1.651276452041110e-03	-6.436890817427110e-03
4	2.666875570608340e-04	1.641299885337880e-03
5	-4.247191460497490e-05	-4.384480040071970e-04
6	4.247919767558590e-06	1.201938574075200e-04
7	7.240192379129270e-07	-3.345172414930230e-05
8	-5.468504974426770e-07	9.394648359883000e-06
9	1.621838761986780e-07	-2.653557174889410e-06
10	-2.469682517941960e-08	7.531228230971810e-07
11	-1.846812979021160e-09	-2.152447292666580e-07
12	2.453530993347940e-09	6.237985768142160e-08
13	-8.104795070564450e-10	-1.859198071101320e-08
14	1.328212021134190e-10	5.827250350019090e-09
15	9.746012118699450e-12	-1.970501685911350e-09
16	-1.445305942484290e-11	7.299803884539640e-10
17	5.164008080182300e-12	-2.939243341028580e-10
18	-1.029938970952770e-12	1.250293085781470e-10
19		-5.430549502597070e-11
20		2.340535807434650e-11
21		-9.802247791887960e-12
22		3.924623772975130e-12
23		-1.472095272217630e-12
24		4.733000270115350e-13
25		
26		
27		
28		
29		
	9.999145446729710e-01	
	$k_1$	$k_1$
	3.727057577727170e+00	7.200044464436850e-01
	$k_2$	$k_2$
	-2.179745438075220e+00	-1.614273003898510e+00

Table SM13: Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $h = 1/100$ .

$n$	left	central	middle
0	1.064576523939530e-04	7.757528496943130e-04	6.583911279090610e-02
1	4.967483886634590e-05	3.963182148041290e-04	4.630386572794740e-02
2	-2.574907330657650e-06	1.452820177102820e-04	1.757544141274230e-02
3	-5.303715403034560e-07	4.855954814287430e-05	3.315284363718880e-03
4	2.663871929167150e-07	1.531863558980870e-05	1.968319378136490e-05
5	-8.401958707782960e-08	4.676444520070540e-06	-1.223428005218250e-04
6	2.541840517940180e-08	1.394003778702580e-06	-1.557379115932900e-05
7	-8.458536138015860e-09	4.088490384098540e-07	3.231990249141240e-06
8	3.265291063082850e-09	1.184092050832930e-07	9.273005743030430e-07
9	-1.446267628365560e-09	3.397158988245310e-08	-3.854154049131550e-08
10	7.070186386866000e-10	9.672491318170320e-09	-3.568282952834910e-08
11	-3.686990455737450e-10	2.737461712291000e-09	-8.276509465005390e-10
12	2.008214150700500e-10	7.708833517653440e-10	1.206706537754180e-09
13	-1.129090416703240e-10	2.161982864910220e-10	9.225936702119910e-11
14	6.508194177274510e-11	6.042419184248020e-11	-3.617701898545360e-11
15	-3.828935422940620e-11	1.683809589516920e-11	-4.590404543093130e-12
16	2.291651606295020e-11	4.678693771234680e-12	9.605943640102260e-13
17	-1.391339883329400e-11	1.290808850907550e-12	1.614097426563680e-13
18	8.543046330402440e-12	3.320491288954080e-13	
19	-5.282416801082780e-12		
20	3.263505722460030e-12		
21	-1.979537858186990e-12		
22	1.125706972359250e-12		
23	-5.098805064619270e-13		
24			
25			
26			
27			
28			
29			
30			
	$u$		
	3.364182499030230e-01	7.854302604129020e-01	9.936476554735930e-01
	$k_1$	$k_1$	$k_1$
	2.356466133610040e+04	-2.112823879640160e+02	4.261592636084800e+00
	$k_2$	$k_2$	$k_2$
	-1.042176040321580e+00	1.000000000000000e+00	2.136086687920960e-01

Table SM13: (cont.) Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $h = 1/100$ .

$n$	right tail	right tail
0	5.721713263001810e-01	5.012707101453440e+00
1	2.017820038440820e-01	2.062096651831810e+00
2	1.377375013917080e-02	3.999684930491530e-02
3	-1.806370775567440e-03	-1.094915283125730e-02
4	1.523593047177300e-04	3.280050342478840e-03
5	2.295752543436930e-05	-1.026359592164560e-03
6	-1.211645711839800e-05	3.290839108300630e-04
7	1.558915013492110e-06	-1.072510048733340e-04
8	3.379002506728430e-07	3.549425811224860e-05
9	-1.589627733030860e-07	-1.199878274669100e-05
10	8.281053242094140e-09	4.199796533313170e-06
11	9.754591213299930e-09	-1.552499344038120e-06
12	-2.587101485419130e-09	6.174229919308370e-07
13	-2.654922061326020e-10	-2.654025845860760e-07
14	2.854986006586110e-10	1.213436337756580e-07
15	-4.288462498279570e-11	-5.724458644126490e-08
16	-1.614286040010390e-11	2.696385391883720e-08
17	8.227664210952470e-12	-1.231399370142220e-08
18	-8.469562416364850e-13	5.303258910110760e-09
19		-2.080169945416400e-09
20		6.955732723896000e-10
21		-1.600540556356640e-10
22		-1.256262769207190e-11
23		4.730496708984270e-11
24		-3.958827080866930e-11
25		2.486066180938770e-11
26		-1.342780201739020e-11
27		6.510864817550600e-12
28		-2.877910389935850e-12
29		1.155822468250220e-12
30		-3.885406981704210e-13
	9.997327929473050e-01	
	$k_1$	$k_1$
	4.734018530749910e+00	6.757660555129490e-01
	$k_2$	$k_2$
	-1.873568041871660e+00	-1.410192678438050e+00

Table SM14: Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $h = 1/200$ .

$n$	left	central	middle
0	3.518991274756410e-05	8.392520820142320e-04	3.802327783487690e-02
1	1.590990829653510e-05	6.431136826076690e-04	2.293406644160830e-02
2	-1.491507257739220e-06	4.085596936397020e-04	6.950796412254640e-03
3	-9.066540515692110e-08	2.399296017984750e-04	1.080933113927390e-03
4	1.118185077651380e-07	1.344982201802300e-04	3.968276530040410e-05
5	-4.689629675507760e-08	7.316918708694770e-05	-1.510396050891140e-05
6	1.672578243190620e-08	3.898020499880180e-05	-2.164545910662930e-06
7	-5.962483120983330e-09	2.045075653316820e-05	1.031238628209580e-07
8	2.299928220409480e-09	1.060530105647130e-05	4.715822375760130e-08
9	-9.951311785026230e-10	5.449951689909780e-06	1.338195202962630e-09
10	4.813973704272410e-10	2.780434074253660e-06	-7.162524074055580e-10
11	-2.538921373245920e-10	1.410169685110300e-06	-5.838646258223070e-11
12	1.421639472958470e-10	7.117308974598160e-07	9.035922879320330e-12
13	-8.292852778673330e-11	3.577606972109210e-07	1.324669429761400e-12
14	4.981742953446680e-11	1.792155094219710e-07	-9.136939392295850e-14
15	-3.060881416945410e-11	8.951262809172500e-08	
16	1.915173995253600e-11	4.459614066323360e-08	
17	-1.216412493952420e-11	2.216977555006020e-08	
18	7.820244746397910e-12	1.100014354771840e-08	
19	-5.072097961571200e-12	5.448923967042200e-09	
20	3.302395224132890e-12	2.695162687572190e-09	
21	-2.138908948989580e-12	1.331357683924750e-09	
22	1.351588122026080e-12	6.569059660914260e-10	
23	-7.937121438141370e-13	3.237909926903940e-10	
24	3.670269446605750e-13	1.594506248721030e-10	
25		7.845610579728340e-11	
26		3.857391556723120e-11	
27		1.895058050737680e-11	
28		9.300136827782300e-12	
29		4.552865562504610e-12	
30		2.209843826831820e-12	
31		1.035453103819430e-12	
32		4.092881791896850e-13	
	$u$		
	3.889455754261150e-01	9.290038930121230e-01	9.933230995102950e-01
	$k_1$	$k_1$	$k_1$
	6.580451400950010e+04	-2.484251686923060e+02	6.345255066723990e+00
	$k_2$	$k_2$	$k_2$
	-1.029129856396840e+00	1.000000000000000e+00	4.634771910249610e-01

Table SM14: (cont.) Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $h = 1/200$ .

$n$	right tail	right tail
0	4.996811103033990e-01	4.914258356400550e+00
1	2.283166265702920e-01	2.011738127244230e+00
2	2.514423513031150e-02	3.937356800757610e-02
3	-3.474198991631110e-03	-1.065266526129480e-02
4	5.077220214696990e-05	3.152291195579000e-03
5	1.613616422231280e-04	-9.738895553647930e-04
6	-3.880889586523480e-05	3.081786621477630e-04
7	-3.634159932107070e-06	-9.909792676876680e-05
8	3.510602114428830e-06	3.236113469325020e-05
9	-1.965557011348590e-07	-1.080367954217740e-05
10	-2.893679425553000e-07	3.742488200776480e-06
11	4.919338342933830e-08	-1.374128809584770e-06
12	2.766224437511820e-08	5.450001386646280e-07
13	-9.150633315570560e-09	-2.341737771120620e-07
14	-2.629338358854130e-09	1.069346503420290e-07
15	1.702910382225310e-09	-5.021967626980490e-08
16	1.193636414090970e-10	2.344515094335100e-08
17	-2.861147205442400e-10	-1.056108154875420e-08
18	3.711031444447810e-11	4.460714134159530e-09
19	3.822894605668730e-11	-1.700913808398100e-09
20	-1.452954868328450e-11	5.418507670597160e-10
21	-2.818928436440390e-12	-1.082511209350420e-10
22	3.052195946657310e-12	-2.332308071729190e-11
23	-4.763636711850320e-13	4.458678049756930e-11
24		-3.438522185303330e-11
25		2.066800196185070e-11
26		-1.078966568122660e-11
27		5.070919968888780e-12
28		-2.172493412014030e-12
29		8.448217334599220e-13
30		-2.756966775927990e-13
31		
32		
	9.998681694019440e-01	
	$k_1$	$k_1$
	3.821761784764750e+00	6.915167979999310e-01
	$k_2$	$k_2$
	-1.323148927258810e+00	-1.420354956151160e+00

Table SM15: Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $h = 1/500$ .

$n$	left	central	middle
0	5.483749876010110e-06	6.081052138201630e-05	5.473769059145160e-02
1	2.486444309865320e-06	3.802911084933040e-05	4.351538755149600e-02
2	-2.246254082499010e-07	1.823368632895480e-05	2.198780054496340e-02
3	-1.578587968151560e-08	7.946990081244110e-06	6.662984075703530e-03
4	1.732923293003170e-08	3.273356396625710e-06	7.907173467155090e-04
5	-7.081399642607440e-09	1.301100356483330e-06	-2.243067264619820e-04
6	2.482198403770580e-09	5.043448241124090e-07	-1.032261735179890e-04
7	-8.749831841180770e-10	1.919418161993120e-07	-5.350827374548080e-06
8	3.358446096487070e-10	7.202571800642060e-08	6.032870474106270e-06
9	-1.452715547964040e-10	2.672894811858390e-08	1.389775608451330e-06
10	7.036053028305950e-11	9.830459878805920e-09	-1.667794341081260e-07
11	-3.712078515936340e-11	3.588823452512350e-09	-1.098049445185060e-07
12	2.075613750341240e-11	1.302082454421860e-09	-3.990118701505280e-09
13	-1.206646596058050e-11	4.699379616814380e-10	6.210083081288950e-09
14	7.203733700544880e-12	1.688418171221930e-10	9.633344895225680e-10
15	-4.375271295344380e-12	6.042392709176170e-11	-2.609783367202760e-10
16	2.674170121231750e-12	2.154618744858790e-11	-8.315421351488390e-11
17	-1.612760826306620e-12	7.648543523947050e-12	6.884100040797630e-12
18	9.148126116574220e-13	2.675596311035590e-12	5.334393632012140e-12
19	-4.140244318492860e-13	8.418748326551260e-13	8.096094478676190e-14
20			
21			
22			
23			
24			
25			
26			
27			
28			
	$u$		
	3.765509769494760e-01	8.507269533566090e-01	9.987527542914820e-01
	$k_1$	$k_1$	$k_1$
	4.258473700427800e+05	-4.473698477162510e+02	3.134901409944510e+00
	$k_2$	$k_2$	$k_2$
	-1.030074288714920e+00	1.000000000000000e+00	4.184273889203900e-01

Table SM15: (cont.) Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $h = 1/500$ .

$n$	right tail	right tail
0	5.722628305041320e-01	4.619812351486580e+00
1	2.017761232436850e-01	1.860589481022910e+00
2	1.372549559855640e-02	3.705233566867140e-02
3	-1.799486944230340e-03	-9.679912077752170e-03
4	1.548179312896890e-04	2.763008630922080e-03
5	2.188831960478410e-05	-8.227338295193510e-04
6	-1.205509962337280e-05	2.508114545966230e-04
7	1.626588892457300e-06	-7.771817988229730e-05
8	3.184920827863750e-07	2.450094311357910e-05
9	-1.604199428018640e-07	-7.933144007790290e-06
10	1.026914924420960e-08	2.688223932510620e-06
11	9.459364972251830e-09	-9.765416694004470e-07
12	-2.712392941794810e-09	3.865875322747190e-07
13	-2.064497813254320e-10	-1.657778704727940e-07
14	2.839303432413100e-10	7.480889417663450e-08
15	-4.871222002206250e-11	-3.419915104148750e-08
16	-1.444200355589120e-11	1.528919983568170e-08
17	8.372113940734360e-12	-6.479029251360280e-09
18	-8.215034741114160e-13	2.513840140749050e-09
19	-5.718274703852940e-13	-8.420176316921800e-10
20		2.056434736961990e-10
21		-1.906441397640450e-12
22		-4.118010901086650e-11
23		3.573866647613250e-11
24		-2.210862584205230e-11
25		1.157843167001790e-11
26		-5.392753508375620e-12
27		2.255758034817050e-12
28		-7.825720526313930e-13
	9.999476900342120e-01	
	$k_1$	$k_1$
	4.729614165580610e+00	7.444073462053960e-01
	$k_2$	$k_2$
	-1.877416447914540e+00	-1.452884710450130e+00



Table SM16: Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $h = 1/1000$ .

$n$	left	central	middle
0	1.702183541035500e-06	4.683227357260460e-05	5.536218616018370e-02
1	7.420902874786450e-07	3.703626675908400e-05	4.374721584420760e-02
2	-9.865066726948370e-08	2.459788457587220e-05	2.175988835715660e-02
3	2.116960181208090e-09	1.509706997971100e-05	6.418561137830710e-03
4	5.497757664443220e-09	8.833813587467830e-06	7.077802624591750e-04
5	-3.075679409634450e-09	5.007785871509330e-06	-2.234688941525440e-04
6	1.295461350315470e-09	2.775387397751700e-06	-9.419306294251860e-05
7	-5.101921537607570e-10	1.512369265686630e-06	-3.360150759204170e-06
8	2.046470586232400e-10	8.133846678811100e-07	5.606215973335830e-06
9	-8.795781406451580e-11	4.329046589636930e-07	1.138744283796750e-06
10	4.150674524923850e-11	2.284469855279910e-07	-1.744975342137310e-07
11	-2.146959372032940e-11	1.197027748370630e-07	-9.175604868426630e-08
12	1.195357510557570e-11	6.234932494901730e-08	-9.405807379254040e-10
13	-7.007921488895000e-12	3.231076406508420e-08	5.303111119723840e-09
14	4.242800470479290e-12	1.667069009839600e-08	6.408776988724730e-10
15	-2.605046952660340e-12	8.568338007765290e-09	-2.359584489072000e-10
16	1.583112277512220e-12	4.389129098487210e-09	-5.912784735389670e-11
17	-9.048703171667920e-13	2.241645822968350e-09	7.661640011719350e-12
18	4.117767633668480e-13	1.141836261366420e-09	3.874828519769490e-12
19		5.802414152021560e-10	-1.166357191529640e-13
20		2.942280531036410e-10	
21		1.489078538692040e-10	
22		7.522864040175020e-11	
23		3.794343618365480e-11	
24		1.910697269597880e-11	
25		9.603319488497670e-12	
26		4.810076959555690e-12	
27		2.385153926155570e-12	
28		1.138578899937890e-12	
29		4.560886440536520e-13	
	$u$		
	4.174876557129840e-01	9.322059315659190e-01	9.993778254256840e-01
	$k_1$	$k_1$	$k_1$
	1.251565690963700e+06	-5.828431086945030e+02	3.197606134309120e+00
	$k_2$	$k_2$	$k_2$
	-1.022376759557920e+00	1.000000000000000e+00	4.064120883541780e-01

Table SM16: (cont.) Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $h = 1/1000$ .

$n$	right tail	right tail
0	5.722747148899260e-01	4.619756015894430e+00
1	2.017753450395620e-01	1.860594275953970e+00
2	1.371924357276870e-02	3.708005345183760e-02
3	-1.798581149904210e-03	-9.684906797069420e-03
4	1.551213775007570e-04	2.763643547482780e-03
5	2.175254385332560e-05	-8.226383894790440e-04
6	-1.204645343665130e-05	2.506774823695980e-04
7	1.634965165513770e-06	-7.763711144862420e-05
8	3.159981622016720e-07	2.446026791697170e-05
9	-1.605777694467310e-07	-7.914262660093390e-06
10	1.051874919029200e-08	2.679801742363770e-06
11	9.419608354447810e-09	-9.728790947989900e-07
12	-2.727465609582260e-09	3.850313981959300e-07
13	-1.988937692998890e-10	-1.651364788520010e-07
14	2.836178919653520e-10	7.455668628814360e-08
15	-4.943002831236940e-11	-3.410750194426710e-08
16	-1.421606720565170e-11	1.526049674013000e-08
17	8.387073685132130e-12	-6.472921009013150e-09
18	-8.503982177047610e-13	2.514557909430010e-09
19	-5.640963743958310e-13	-8.439824101491250e-10
20		2.072428649649560e-10
21		-2.907032521718900e-12
22		-4.063479916620080e-11
23		3.546906613254100e-11
24		-2.198580726676460e-11
25		1.152667195366090e-11
26		-5.372666511779410e-12
27		2.248692740626720e-12
28		-7.804828886326530e-13
29		
	9.999739151276640e-01	
	$k_1$	$k_1$
	4.729078684657730e+00	7.443447629709830e-01
	$k_2$	$k_2$
	-1.877882960729700e+00	-1.452971340318820e+00

Table SM17: Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $h = 1/2000$ .

$n$	left	central	middle
0	8.340782562108640e-08	2.468455017350810e-06	2.280294691861460e-02
1	3.790348335769390e-08	1.808380820210540e-06	1.944720833702610e-02
2	6.055403556177730e-10	9.977786192716350e-07	1.206597650481480e-02
3	-2.457590587255690e-10	5.095262839987460e-07	5.365044701332920e-03
4	3.852931864752020e-11	2.442450448287350e-07	1.591201684585550e-03
5	-7.060509039767990e-12	1.138166487478510e-07	2.189680324488170e-04
6	1.745854017090550e-12	5.143505829362970e-08	-5.028795904628400e-05
7	-4.817127130663810e-13	2.294108192095970e-08	-3.473771288547360e-05
8		1.003514899934200e-08	-6.612748781444730e-06
9		4.362945792279890e-09	8.987877800239300e-07
10		1.869145494199760e-09	7.769588194187460e-07
11		7.993315810705090e-10	1.334497286164700e-07
12		3.374445612260970e-10	-2.638905677337210e-08
13		1.426920238747580e-10	-1.641293598763500e-08
14		5.956301256742110e-11	-1.798371164119150e-09
15		2.498973580154360e-11	8.162891792784310e-10
16		1.032764886165960e-11	3.081840920792170e-10
17		4.294120630111010e-12	5.391475739175650e-12
18		1.719237245981870e-12	-2.108451751530640e-11
19		6.120456681919280e-13	-4.569166977955490e-12
20			5.618348229993250e-13
21			
22			
23			
24			
25			
26			
27			
28			
	$u$		
	7.747528004946140e-02	8.259386083799630e-01	9.993395585026600e-01
	$k_1$	$k_1$	$k_1$
	3.425124201204160e+07	-5.668468349121090e+02	2.690942655592710e+00
	$k_2$	$k_2$	$k_2$
	-1.151540996208610e+00	1.000000000000000e+00	7.70835493813890e-01

Table SM17: (cont.) Chebyshev coefficients  $c_n$  for  $h = 1/2000$ .

$n$	right tail	right tail
0	4.997785332154780e-01	4.423666819273100e+00
1	2.283167712864420e-01	1.759820399395020e+00
2	2.509022440364520e-02	3.541998526121500e-02
3	-3.473302792894470e-03	-9.020823900527130e-03
4	5.642398807896150e-05	2.508301403041810e-03
5	1.601477839497730e-04	-7.271867741631950e-04
6	-3.917135579658680e-05	2.157837314850230e-04
7	-3.440824241326100e-06	-6.511087849455140e-05
8	3.519318737665770e-06	2.002320021389290e-05
9	-2.194212259839990e-07	-6.350484440175690e-06
10	-2.877017875529090e-07	2.122832316166750e-06
11	5.198973063531290e-08	-7.670810351604760e-07
12	2.710916358293470e-08	3.034734463075500e-07
13	-9.510243857620720e-09	-1.296599648285690e-07
14	-2.488075646152630e-09	5.774831521471910e-08
15	1.740766101870470e-09	-2.574755859857430e-08
16	8.803780581176810e-11	1.108702976174020e-08
17	-2.866253352551910e-10	-4.459918192937890e-09
18	4.280148433910300e-11	1.605691932192970e-09
19	3.704110753342700e-11	-4.731139230730710e-10
20	-1.527178121204120e-11	7.876459425075560e-11
21	-2.422082175650230e-12	2.822685782970870e-11
22	3.088328322933470e-12	-3.938365394966460e-11
23	-5.645136949758680e-13	2.737131256274080e-11
24		-1.510876686567670e-11
25		7.257145569467040e-12
26		-3.126553351859840e-12
27		1.213046040716080e-12
28		-3.939886674131800e-13
	9.999869750663500e-01	
	$k_1$	$k_1$
	3.820640730812540e+00	7.845522141906270e-01
	$k_2$	$k_2$
	-1.325371123114800e+00	-1.477505002954480e+00